

Exercices corrigés d'analyse de données

—Version finale—

Formules utiles

$$\text{Moyenne : } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{Ecart-type : } \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{Variables centrées-réduites : } Z_x = \frac{X - \bar{x}}{\sigma_x}, \quad Z_y = \frac{Y - \bar{y}}{\sigma_y}$$

$$\text{Coefficient de corrélation linéaire : } \rho(X, Y) = \rho(Z_x, Z_y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{xi} z_{yi}$$

Note importante :

Les résultats des calculs peuvent être légèrement différents à cause des arrondis. Pour réduire ces différences, arrondir les résultats à deux décimales après chaque opération effectuée. Pour cela, si la troisième décimale est supérieure ou égale à 5, on arrondit le résultat à la valeur à 2 décimales la plus proche par excès (7,326 devient 7,33), et si la troisième décimale est strictement inférieure à 5, on arrondit le résultat à la valeur à 2 décimales la plus proche par défaut (4,872 devient 4,87). Dans tous les cas, une marge d'erreurs est acceptée.

Exercice 1

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	4	5
B	5	5	6
C	7	7	3
D	4	6	4

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 1

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 5 + 7 + 4}{4} = \frac{18}{4} = \mathbf{4.50}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{4 + 5 + 7 + 6}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{5 + 6 + 3 + 4}{4} = \frac{18}{4} = \mathbf{4.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 4.50)^2 + (5 - 4.50)^2 + (7 - 4.50)^2 + (4 - 4.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.25 + 0.25 + 6.25 + 0.25}{4}} = \sqrt{3.25} = \mathbf{1.80}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(4 - 5.50)^2 + (5 - 5.50)^2 + (7 - 5.50)^2 + (6 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.25 + 0.25 + 2.25 + 0.25}{4}} = \sqrt{1.25} = \mathbf{1.12}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(5 - 4.50)^2 + (6 - 4.50)^2 + (3 - 4.50)^2 + (4 - 4.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.25 + 2.25 + 2.25 + 0.25}{4}} = \sqrt{1.25} = \mathbf{1.12}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.39	-1.34	0.45
B	0.28	-0.45	1.34
C	1.39	1.34	-1.34
D	-0.28	0.45	-0.45

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.39)(-1.34) + (0.28)(-0.45) + (1.39)(1.34) + (-0.28)(0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.86 + -0.13 + 1.86 + -0.13 \right] \\ &= \frac{3.47}{4} = \mathbf{0.87}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.39)(0.45) + (0.28)(1.34) + (1.39)(-1.34) + (-0.28)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.63 + 0.38 + -1.86 + 0.13 \right] \\ &= \frac{-1.99}{4} = \mathbf{-0.50}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(0.45) + (-0.45)(1.34) + (1.34)(-1.34) + (0.45)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.60 + -0.60 + -1.80 + -0.20 \right] \\ &= \frac{-3.20}{4} = \mathbf{-0.80}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 2

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	9	5
B	4	7	6
C	8	2	4
D	6	4	7

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 2

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{9 + 7 + 2 + 4}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{5 + 6 + 4 + 7}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(9 - 5.50)^2 + (7 - 5.50)^2 + (2 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{12.25 + 2.25 + 12.25 + 2.25}{4}} = \sqrt{7.25} = \mathbf{2.69}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(5 - 5.50)^2 + (6 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2 + (7 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.25 + 0.25 + 2.25 + 2.25}{4}} = \sqrt{1.25} = \mathbf{1.12}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	1.30	-0.45
B	-0.45	0.56	0.45
C	1.34	-1.30	-1.34
D	0.45	-0.56	1.34

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.30) + (-0.45)(0.56) + (1.34)(-1.30) + (0.45)(-0.56) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.74 + -0.25 + -1.74 + -0.25 \right] \\ &= \frac{-3.99}{4} = \mathbf{-1.00}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(-0.45) + (-0.45)(0.45) + (1.34)(-1.34) + (0.45)(1.34) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[0.60 + -0.20 + -1.80 + 0.60 \right] \\ &= \frac{-0.79}{4} = \mathbf{-0.20}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.30)(-0.45) + (0.56)(0.45) + (-1.30)(-1.34) + (-0.56)(1.34) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.59 + 0.25 + 1.74 + -0.75 \right] \\ &= \frac{0.66}{4} = \mathbf{0.16}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_2 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 3

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	7	3
B	5	3	6
C	8	6	9
D	5	4	5

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 3

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 5 + 8 + 5}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{7 + 3 + 6 + 4}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{3 + 6 + 9 + 5}{4} = \frac{23}{4} = \mathbf{5.75}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (5 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (5 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 0.00 + 9.00 + 0.00}{4}} = \sqrt{4.50} = \mathbf{2.12}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(7 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{4.00 + 4.00 + 1.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{2.50} = \mathbf{1.58}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(3 - 5.75)^2 + (6 - 5.75)^2 + (9 - 5.75)^2 + (5 - 5.75)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{7.56 + 0.06 + 10.56 + 0.56}{4}} = \sqrt{4.69} = \mathbf{2.17}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.42	1.27	-1.27
B	0.00	-1.27	0.12
C	1.42	0.63	1.50
D	0.00	-0.63	-0.35

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.42)(1.27) + (0.00)(-1.27) + (1.42)(0.63) + (0.00)(-0.63) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.80 + -0.00 + 0.89 + -0.00 \right] \\ &= \frac{-0.91}{4} = \mathbf{-0.23}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.42)(-1.27) + (0.00)(0.12) + (1.42)(1.50) + (0.00)(-0.35) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.80 + 0.00 + 2.13 + -0.00 \right] \\ &= \frac{3.93}{4} = \mathbf{0.98}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.27)(-1.27) + (-1.27)(0.12) + (0.63)(1.50) + (-0.63)(-0.35) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.61 + -0.15 + 0.95 + 0.22 \right] \\ &= \frac{-0.60}{4} = \mathbf{-0.15}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_2 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 4

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	9	4
B	4	6	7
C	8	2	5
D	6	3	3

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 4

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{9 + 6 + 2 + 3}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{4 + 7 + 5 + 3}{4} = \frac{19}{4} = \mathbf{4.75}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(9 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2 + (2 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{16.00 + 1.00 + 9.00 + 4.00}{4}} = \sqrt{7.50} = \mathbf{2.74}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(4 - 4.75)^2 + (7 - 4.75)^2 + (5 - 4.75)^2 + (3 - 4.75)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.56 + 5.06 + 0.06 + 3.06}{4}} = \sqrt{2.19} = \mathbf{1.48}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	1.46	-0.51
B	-0.45	0.36	1.52
C	1.34	-1.09	0.17
D	0.45	-0.73	-1.18

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.46) + (-0.45)(0.36) + (1.34)(-1.09) + (0.45)(-0.73) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.96 + -0.16 + -1.46 + -0.33 \right] \\ &= \frac{-3.91}{4} = \mathbf{-0.98}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(-0.51) + (-0.45)(1.52) + (1.34)(0.17) + (0.45)(-1.18) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[0.68 + -0.68 + 0.23 + -0.53 \right] \\ &= \frac{-0.30}{4} = \mathbf{-0.08}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.46)(-0.51) + (0.36)(1.52) + (-1.09)(0.17) + (-0.73)(-1.18) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.74 + 0.55 + -0.19 + 0.86 \right] \\ &= \frac{0.48}{4} = \mathbf{0.12}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 5

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	9	5
B	4	6	6
C	8	2	4
D	6	3	7

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 5

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{9 + 6 + 2 + 3}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{5 + 6 + 4 + 7}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(9 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2 + (2 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{16.00 + 1.00 + 9.00 + 4.00}{4}} = \sqrt{7.50} = \mathbf{2.74}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(5 - 5.50)^2 + (6 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2 + (7 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.25 + 0.25 + 2.25 + 2.25}{4}} = \sqrt{1.25} = \mathbf{1.12}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	1.46	-0.45
B	-0.45	0.36	0.45
C	1.34	-1.09	-1.34
D	0.45	-0.73	1.34

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.46) + (-0.45)(0.36) + (1.34)(-1.09) + (0.45)(-0.73) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.96 + -0.16 + -1.46 + -0.33 \right] \\ &= \frac{-3.91}{4} = \mathbf{-0.98}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(-0.45) + (-0.45)(0.45) + (1.34)(-1.34) + (0.45)(1.34) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[0.60 + -0.20 + -1.80 + 0.60 \right] \\ &= \frac{-0.79}{4} = \mathbf{-0.20}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.46)(-0.45) + (0.36)(0.45) + (-1.09)(-1.34) + (-0.73)(1.34) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.66 + 0.16 + 1.46 + -0.98 \right] \\ &= \frac{-0.01}{4} = \mathbf{-0.00}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_2 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 6

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	9	7
B	4	7	4
C	8	1	6
D	6	3	5

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 6

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{9 + 7 + 1 + 3}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{7 + 4 + 6 + 5}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(9 - 5.00)^2 + (7 - 5.00)^2 + (1 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{16.00 + 4.00 + 16.00 + 4.00}{4}} = \sqrt{10.00} = \mathbf{3.16}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(7 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2 + (6 - 5.50)^2 + (5 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.25 + 2.25 + 0.25 + 0.25}{4}} = \sqrt{1.25} = \mathbf{1.12}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	1.27	1.34
B	-0.45	0.63	-1.34
C	1.34	-1.27	0.45
D	0.45	-0.63	-0.45

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.27) + (-0.45)(0.63) + (1.34)(-1.27) + (0.45)(-0.63) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.70 + -0.28 + -1.70 + -0.28 \right] \\ &= \frac{-3.97}{4} = \mathbf{-0.99}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.34) + (-0.45)(-1.34) + (1.34)(0.45) + (0.45)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.80 + 0.60 + 0.60 + -0.20 \right] \\ &= \frac{-0.79}{4} = \mathbf{-0.20}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.27)(1.34) + (0.63)(-1.34) + (-1.27)(0.45) + (-0.63)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.70 + -0.84 + -0.57 + 0.28 \right] \\ &= \frac{0.57}{4} = \mathbf{0.14}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_2 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 7

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	3	7
B	4	5	4
C	8	9	6
D	6	7	5

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 7

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{3 + 5 + 9 + 7}{4} = \frac{24}{4} = \mathbf{6.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{7 + 4 + 6 + 5}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(3 - 6.00)^2 + (5 - 6.00)^2 + (9 - 6.00)^2 + (7 - 6.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(7 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2 + (6 - 5.50)^2 + (5 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.25 + 2.25 + 0.25 + 0.25}{4}} = \sqrt{1.25} = \mathbf{1.12}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	-1.34	1.34
B	-0.45	-0.45	-1.34
C	1.34	1.34	0.45
D	0.45	0.45	-0.45

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(-1.34) + (-0.45)(-0.45) + (1.34)(1.34) + (0.45)(0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.80 + 0.20 + 1.80 + 0.20 \right] \\ &= \frac{4.00}{4} = \mathbf{1.00}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.34) + (-0.45)(-1.34) + (1.34)(0.45) + (0.45)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.80 + 0.60 + 0.60 + -0.20 \right] \\ &= \frac{-0.79}{4} = \mathbf{-0.20}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.34) + (-0.45)(-1.34) + (1.34)(0.45) + (0.45)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.80 + 0.60 + 0.60 + -0.20 \right] \\ &= \frac{-0.79}{4} = \mathbf{-0.20}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 8

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	3	4	7
B	5	6	4
C	9	8	8
D	7	7	3

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 8

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{3 + 5 + 9 + 7}{4} = \frac{24}{4} = \mathbf{6.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{4 + 6 + 8 + 7}{4} = \frac{25}{4} = \mathbf{6.25}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{7 + 4 + 8 + 3}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(3 - 6.00)^2 + (5 - 6.00)^2 + (9 - 6.00)^2 + (7 - 6.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(4 - 6.25)^2 + (6 - 6.25)^2 + (8 - 6.25)^2 + (7 - 6.25)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{5.06 + 0.06 + 3.06 + 0.56}{4}} = \sqrt{2.19} = \mathbf{1.48}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(7 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2 + (8 - 5.50)^2 + (3 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.25 + 2.25 + 6.25 + 6.25}{4}} = \sqrt{4.25} = \mathbf{2.06}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	-1.52	0.73
B	-0.45	-0.17	-0.73
C	1.34	1.18	1.21
D	0.45	0.51	-1.21

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(-1.52) + (-0.45)(-0.17) + (1.34)(1.18) + (0.45)(0.51) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[2.04 + 0.08 + 1.58 + 0.23 \right] \\ &= \frac{3.92}{4} = \mathbf{0.98}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(0.73) + (-0.45)(-0.73) + (1.34)(1.21) + (0.45)(-1.21) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.98 + 0.33 + 1.62 + -0.54 \right] \\ &= \frac{0.43}{4} = \mathbf{0.11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.52)(0.73) + (-0.17)(-0.73) + (1.18)(1.21) + (0.51)(-1.21) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.11 + 0.12 + 1.43 + -0.62 \right] \\ &= \frac{-0.17}{4} = \mathbf{-0.04}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_2 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 9

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	8	7
B	4	6	3
C	8	2	6
D	6	4	5

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 9

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{8 + 6 + 2 + 4}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{7 + 3 + 6 + 5}{4} = \frac{21}{4} = \mathbf{5.25}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2 + (2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(7 - 5.25)^2 + (3 - 5.25)^2 + (6 - 5.25)^2 + (5 - 5.25)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{3.06 + 5.06 + 0.56 + 0.06}{4}} = \sqrt{2.19} = \mathbf{1.48}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	1.34	1.18
B	-0.45	0.45	-1.52
C	1.34	-1.34	0.51
D	0.45	-0.45	-0.17

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.34) + (-0.45)(0.45) + (1.34)(-1.34) + (0.45)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.80 + -0.20 + -1.80 + -0.20 \right] \\ &= \frac{-4.00}{4} = \mathbf{-1.00}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.18) + (-0.45)(-1.52) + (1.34)(0.51) + (0.45)(-0.17) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.58 + 0.68 + 0.68 + -0.08 \right] \\ &= \frac{-0.29}{4} = \mathbf{-0.07}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.34)(1.18) + (0.45)(-1.52) + (-1.34)(0.51) + (-0.45)(-0.17) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.58 + -0.68 + -0.68 + 0.08 \right] \\ &= \frac{0.29}{4} = \mathbf{0.07}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 10

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	9	8
B	4	7	2
C	8	2	7
D	6	4	4

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 10

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{9 + 7 + 2 + 4}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{8 + 2 + 7 + 4}{4} = \frac{21}{4} = \mathbf{5.25}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(9 - 5.50)^2 + (7 - 5.50)^2 + (2 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{12.25 + 2.25 + 12.25 + 2.25}{4}} = \sqrt{7.25} = \mathbf{2.69}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(8 - 5.25)^2 + (2 - 5.25)^2 + (7 - 5.25)^2 + (4 - 5.25)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{7.56 + 10.56 + 3.06 + 1.56}{4}} = \sqrt{5.69} = \mathbf{2.38}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	1.30	1.16
B	-0.45	0.56	-1.37
C	1.34	-1.30	0.74
D	0.45	-0.56	-0.53

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.30) + (-0.45)(0.56) + (1.34)(-1.30) + (0.45)(-0.56) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.74 + -0.25 + -1.74 + -0.25 \right] \\ &= \frac{-3.99}{4} = \mathbf{-1.00}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.16) + (-0.45)(-1.37) + (1.34)(0.74) + (0.45)(-0.53) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.55 + 0.62 + 0.99 + -0.24 \right] \\ &= \frac{-0.18}{4} = \mathbf{-0.05}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.30)(1.16) + (0.56)(-1.37) + (-1.30)(0.74) + (-0.56)(-0.53) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.51 + -0.77 + -0.96 + 0.30 \right] \\ &= \frac{0.08}{4} = \mathbf{0.02}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_2 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 11

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	1	2	8
B	3	4	2
C	9	8	7
D	7	6	3

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 11

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{1 + 3 + 9 + 7}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{8 + 2 + 7 + 3}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

2. Écart-types :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sqrt{\frac{(1 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2 + (9 - 5.00)^2 + (7 - 5.00)^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{16.00 + 4.00 + 16.00 + 4.00}{4}} = \sqrt{10.00} = \mathbf{3.16}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_2 &= \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_3 &= \sqrt{\frac{(8 - 5.00)^2 + (2 - 5.00)^2 + (7 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{9.00 + 9.00 + 4.00 + 4.00}{4}} = \sqrt{6.50} = \mathbf{2.55}\end{aligned}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.27	-1.34	1.18
B	-0.63	-0.45	-1.18
C	1.27	1.34	0.78
D	0.63	0.45	-0.78

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.27)(-1.34) + (-0.63)(-0.45) + (1.27)(1.34) + (0.63)(0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.70 + 0.28 + 1.70 + 0.28 \right] \\ &= \frac{3.97}{4} = \mathbf{0.99}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.27)(1.18) + (-0.63)(-1.18) + (1.27)(0.78) + (0.63)(-0.78) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.50 + 0.74 + 0.99 + -0.49 \right] \\ &= \frac{-0.26}{4} = \mathbf{-0.06}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.18) + (-0.45)(-1.18) + (1.34)(0.78) + (0.45)(-0.78) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.58 + 0.53 + 1.05 + -0.35 \right] \\ &= \frac{-0.36}{4} = \mathbf{-0.09}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 12

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	9	6
B	4	7	4
C	8	1	7
D	6	3	5

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 12

1. Moyennes :

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00} \\ \bar{x}_2 &= \frac{9 + 7 + 1 + 3}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00} \\ \bar{x}_3 &= \frac{6 + 4 + 7 + 5}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}\end{aligned}$$

2. Écart-types :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24} \\ \sigma_2 &= \sqrt{\frac{(9 - 5.00)^2 + (7 - 5.00)^2 + (1 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{16.00 + 4.00 + 16.00 + 4.00}{4}} = \sqrt{10.00} = \mathbf{3.16} \\ \sigma_3 &= \sqrt{\frac{(6 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2 + (7 - 5.50)^2 + (5 - 5.50)^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{0.25 + 2.25 + 2.25 + 0.25}{4}} = \sqrt{1.25} = \mathbf{1.12}\end{aligned}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	1.27	0.45
B	-0.45	0.63	-1.34
C	1.34	-1.27	1.34
D	0.45	-0.63	-0.45

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.27) + (-0.45)(0.63) + (1.34)(-1.27) + (0.45)(-0.63) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.70 + -0.28 + -1.70 + -0.28 \right] \\ &= \frac{-3.97}{4} = \mathbf{-0.99}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(0.45) + (-0.45)(-1.34) + (1.34)(1.34) + (0.45)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.60 + 0.60 + 1.80 + -0.20 \right] \\ &= \frac{1.59}{4} = \mathbf{0.40}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.27)(0.45) + (0.63)(-1.34) + (-1.27)(1.34) + (-0.63)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[0.57 + -0.84 + -1.70 + 0.28 \right] \\ &= \frac{-1.69}{4} = \mathbf{-0.42}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 13

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	3	7
B	4	5	4
C	8	9	3
D	6	7	8

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 13

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{3 + 5 + 9 + 7}{4} = \frac{24}{4} = \mathbf{6.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{7 + 4 + 3 + 8}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(3 - 6.00)^2 + (5 - 6.00)^2 + (9 - 6.00)^2 + (7 - 6.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(7 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2 + (3 - 5.50)^2 + (8 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.25 + 2.25 + 6.25 + 6.25}{4}} = \sqrt{4.25} = \mathbf{2.06}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	-1.34	0.73
B	-0.45	-0.45	-0.73
C	1.34	1.34	-1.21
D	0.45	0.45	1.21

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(-1.34) + (-0.45)(-0.45) + (1.34)(1.34) + (0.45)(0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.80 + 0.20 + 1.80 + 0.20 \right] \\ &= \frac{4.00}{4} = \mathbf{1.00}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(0.73) + (-0.45)(-0.73) + (1.34)(-1.21) + (0.45)(1.21) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.98 + 0.33 + -1.62 + 0.54 \right] \\ &= \frac{-1.73}{4} = \mathbf{-0.43}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(0.73) + (-0.45)(-0.73) + (1.34)(-1.21) + (0.45)(1.21) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.98 + 0.33 + -1.62 + 0.54 \right] \\ &= \frac{-1.73}{4} = \mathbf{-0.43}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 14

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	9	4
B	4	7	7
C	8	2	3
D	6	4	6

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 14

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{9 + 7 + 2 + 4}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{4 + 7 + 3 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(9 - 5.50)^2 + (7 - 5.50)^2 + (2 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{12.25 + 2.25 + 12.25 + 2.25}{4}} = \sqrt{7.25} = \mathbf{2.69}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(4 - 5.00)^2 + (7 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{1.00 + 4.00 + 4.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{2.50} = \mathbf{1.58}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	1.30	-0.63
B	-0.45	0.56	1.27
C	1.34	-1.30	-1.27
D	0.45	-0.56	0.63

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.30) + (-0.45)(0.56) + (1.34)(-1.30) + (0.45)(-0.56) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.74 + -0.25 + -1.74 + -0.25 \right] \\ &= \frac{-3.99}{4} = \mathbf{-1.00}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(-0.63) + (-0.45)(1.27) + (1.34)(-1.27) + (0.45)(0.63) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[0.84 + -0.57 + -1.70 + 0.28 \right] \\ &= \frac{-1.15}{4} = \mathbf{-0.29}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.30)(-0.63) + (0.56)(1.27) + (-1.30)(-1.27) + (-0.56)(0.63) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.82 + 0.71 + 1.65 + -0.35 \right] \\ &= \frac{1.19}{4} = \mathbf{0.30}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 15

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	3	7
B	4	5	4
C	8	9	6
D	6	7	5

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 15

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{3 + 5 + 9 + 7}{4} = \frac{24}{4} = \mathbf{6.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{7 + 4 + 6 + 5}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(3 - 6.00)^2 + (5 - 6.00)^2 + (9 - 6.00)^2 + (7 - 6.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(7 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2 + (6 - 5.50)^2 + (5 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.25 + 2.25 + 0.25 + 0.25}{4}} = \sqrt{1.25} = \mathbf{1.12}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	-1.34	1.34
B	-0.45	-0.45	-1.34
C	1.34	1.34	0.45
D	0.45	0.45	-0.45

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(-1.34) + (-0.45)(-0.45) + (1.34)(1.34) + (0.45)(0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.80 + 0.20 + 1.80 + 0.20 \right] \\ &= \frac{4.00}{4} = \mathbf{1.00}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.34) + (-0.45)(-1.34) + (1.34)(0.45) + (0.45)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.80 + 0.60 + 0.60 + -0.20 \right] \\ &= \frac{-0.79}{4} = \mathbf{-0.20}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.34) + (-0.45)(-1.34) + (1.34)(0.45) + (0.45)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.80 + 0.60 + 0.60 + -0.20 \right] \\ &= \frac{-0.79}{4} = \mathbf{-0.20}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 16

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	2	8	7
B	4	6	4
C	8	2	5
D	6	4	6

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 16

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{2 + 4 + 8 + 6}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{8 + 6 + 2 + 4}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{7 + 4 + 5 + 6}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(8 - 5.00)^2 + (6 - 5.00)^2 + (2 - 5.00)^2 + (4 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(7 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2 + (5 - 5.50)^2 + (6 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.25 + 2.25 + 0.25 + 0.25}{4}} = \sqrt{1.25} = \mathbf{1.12}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	1.34	1.34
B	-0.45	0.45	-1.34
C	1.34	-1.34	-0.45
D	0.45	-0.45	0.45

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.34) + (-0.45)(0.45) + (1.34)(-1.34) + (0.45)(-0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.80 + -0.20 + -1.80 + -0.20 \right] \\ &= \frac{-4.00}{4} = \mathbf{-1.00}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.34) + (-0.45)(-1.34) + (1.34)(-0.45) + (0.45)(0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.80 + 0.60 + -0.60 + 0.20 \right] \\ &= \frac{-1.59}{4} = \mathbf{-0.40}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.34)(1.34) + (0.45)(-1.34) + (-1.34)(-0.45) + (-0.45)(0.45) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[1.80 + -0.60 + 0.60 + -0.20 \right] \\ &= \frac{1.59}{4} = \mathbf{0.40}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 17

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	3	4	8
B	5	6	3
C	9	8	7
D	7	7	4

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 17

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{3 + 5 + 9 + 7}{4} = \frac{24}{4} = \mathbf{6.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{4 + 6 + 8 + 7}{4} = \frac{25}{4} = \mathbf{6.25}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{8 + 3 + 7 + 4}{4} = \frac{22}{4} = \mathbf{5.50}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(3 - 6.00)^2 + (5 - 6.00)^2 + (9 - 6.00)^2 + (7 - 6.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.00 + 1.00 + 9.00 + 1.00}{4}} = \sqrt{5.00} = \mathbf{2.24}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(4 - 6.25)^2 + (6 - 6.25)^2 + (8 - 6.25)^2 + (7 - 6.25)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{5.06 + 0.06 + 3.06 + 0.56}{4}} = \sqrt{2.19} = \mathbf{1.48}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(8 - 5.50)^2 + (3 - 5.50)^2 + (7 - 5.50)^2 + (4 - 5.50)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.25 + 6.25 + 2.25 + 2.25}{4}} = \sqrt{4.25} = \mathbf{2.06}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.34	-1.52	1.21
B	-0.45	-0.17	-1.21
C	1.34	1.18	0.73
D	0.45	0.51	-0.73

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(-1.52) + (-0.45)(-0.17) + (1.34)(1.18) + (0.45)(0.51) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[2.04 + 0.08 + 1.58 + 0.23 \right] \\ &= \frac{3.92}{4} = \mathbf{0.98}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.34)(1.21) + (-0.45)(-1.21) + (1.34)(0.73) + (0.45)(-0.73) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.62 + 0.54 + 0.98 + -0.33 \right] \\ &= \frac{-0.43}{4} = \mathbf{-0.11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.52)(1.21) + (-0.17)(-1.21) + (1.18)(0.73) + (0.51)(-0.73) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.84 + 0.21 + 0.86 + -0.37 \right] \\ &= \frac{-1.14}{4} = \mathbf{-0.29}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.

Exercice 18

Le tableau suivant présente les valeurs des variables X_1, X_2, X_3 pour les individus A, B, C, D.

Individu	X_1	X_2	X_3
A	1	9	5
B	3	7	2
C	9	1	8
D	7	3	5

Questions :

1. Calculer les moyennes $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ des variables X_1, X_2, X_3 respectivement.
2. Calculer leurs écarts-types respectifs $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
3. Calculer leurs valeurs centrées-réduites Z_1, Z_2, Z_3 .
4. Calculer les coefficients de corrélation linéaire $\rho(X_1, X_2), \rho(X_1, X_3), \rho(X_2, X_3)$.
5. Quelles sont les variables les plus fortement corrélées ?
6. Quelles sont les variables les plus faiblement corrélées ?

Solution 18

1. Moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{1 + 3 + 9 + 7}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{9 + 7 + 1 + 3}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{5 + 2 + 8 + 5}{4} = \frac{20}{4} = \mathbf{5.00}$$

2. Écart-types :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(1 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2 + (9 - 5.00)^2 + (7 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{16.00 + 4.00 + 16.00 + 4.00}{4}} = \sqrt{10.00} = \mathbf{3.16}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(9 - 5.00)^2 + (7 - 5.00)^2 + (1 - 5.00)^2 + (3 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{16.00 + 4.00 + 16.00 + 4.00}{4}} = \sqrt{10.00} = \mathbf{3.16}$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(5 - 5.00)^2 + (2 - 5.00)^2 + (8 - 5.00)^2 + (5 - 5.00)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.00 + 9.00 + 9.00 + 0.00}{4}} = \sqrt{4.50} = \mathbf{2.12}$$

3. Variables centrées-réduites :

Individu	Z_1	Z_2	Z_3
A	-1.27	1.27	0.00
B	-0.63	0.63	-1.42
C	1.27	-1.27	1.42
D	0.63	-0.63	0.00

4. Coefficients de corrélation linéaire :

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= \frac{1}{4} \left[(-1.27)(1.27) + (-0.63)(0.63) + (1.27)(-1.27) + (0.63)(-0.63) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-1.61 + -0.40 + -1.61 + -0.40 \right] \\ &= \frac{-4.02}{4} = \mathbf{-1.00}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(-1.27)(0.00) + (-0.63)(-1.42) + (1.27)(1.42) + (0.63)(0.00) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[-0.00 + 0.89 + 1.80 + 0.00 \right] \\ &= \frac{2.70}{4} = \mathbf{0.67}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho(X_2, X_3) &= \frac{1}{4} \left[(1.27)(0.00) + (0.63)(-1.42) + (-1.27)(1.42) + (-0.63)(0.00) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[0.00 + -0.89 + -1.80 + -0.00 \right] \\ &= \frac{-2.70}{4} = \mathbf{-0.67}\end{aligned}$$

5. Les variables les plus fortement corrélées sont X_1 et X_2 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus élevé en valeur absolue.
6. Les variables les plus faiblement corrélées sont X_1 et X_3 car leur coefficient de corrélation linéaire est le plus faible en valeur absolue.